OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2022 – 2023
ETAPA LOCALĂ
11.02.2023

CLASA A VIII -A

BAREM

Subiectul I

a) Ridicând ambii membri la puterea a doua obținem: $n^2 + 4n < (n+2)^2 \Rightarrow n^2 + 4n < n^2 + 4n + 4 \Rightarrow 0 < 4$ relație adevărată pentru orice n natural **1p**

b) Se demonstrează că $n + 1 \leq \sqrt{n^2+4n} < n + 2$, pentru $(\forall)\ n \in \mathbf{N}, n \geq 1$:

$n + 1 \leq \sqrt{n^2+4n} \Leftrightarrow n^2 + 2n + 1 \leq n^2 + 4n \Leftrightarrow 1 \leq 2n$ adevărat, $(\forall)\ n \in \mathbf{N}, n \geq 1$ **1p**

din punctul a) $\sqrt{n^2+4n} < n + 2$

deci $n + 1 \leq \sqrt{n^2+4n} < n + 2$, pentru $(\forall)\ n \in \mathbf{N}, n \geq 1$ **1p**

$\Rightarrow \left[\sqrt{n^2+4n}\right] = n + 1$, pentru $(\forall)\ n \in \mathbf{N}, n \geq 1$ și $\left[\sqrt{n^2+4n}\right] = 0$ pentru $n = 0$ **1p**

c) deoarece $\left[\sqrt{n^2+4n}\right] = \left[\sqrt{n(n+4)}\right] = n + 1$ **1p**

$\Rightarrow \left[\sqrt{1\cdot 5}\right] + \left[\sqrt{2\cdot 6}\right] + \left[\sqrt{3\cdot 7}\right] + \ldots + \left[\sqrt{98\cdot 102}\right] = 2 + 3 + 4 + \ldots + 99 =$ **1p**

$= \frac{99\cdot 100}{2} - 1 = 5050 - 1 = 4949$ **1p**

Subiectul II

numărul $\sqrt{2(a+b) + \overline{ab} + \overline{ba}}$ este natural $\Leftrightarrow 2(a+b) + \overline{ab} + \overline{ba}$ este pătrat perfect **1p**

adică $2a + 2b + 10a + b + 10b + a = 13(a + b)$ este pătrat perfect **1p**

de unde deducem că $a + b = 13k^2$, $k \in \mathbb{N}^*$ **1p**

cum a și b sunt cifre $\Rightarrow k = 1$, adică $a + b = 13$ **1p**

cu posibilitățile $a = 4, b = 9$; $a = 5, b = 8$; $a = 6, b = 7$; $a = 7, b = 6$; $a = 8, b = 5$ și $a = 9, b = 4$ **2p**

deci $\overline{ab} \in \{49, 58, 67, 76, 85, 94\}$ **1p**

Str. Oituz, nr. 24, Bacău
600266, Bacău
Tel: +40 (0)754033700
Fax: +40 (0)234 571038
office@e-isjbacau.ro
www.isjbacau.ro

Subiectul III

Soluție:

calculul diagonalei BD, BD = 50 cm **1p**

construirea și calculul distanței de la punctul A la dreapta BD, d(A, BD) = 24 cm **1p**

identificarea, cu T 3 $\perp$, d(M, BD) **1p**

identificarea unghiului dintre cele două plane **1p**

calculul măsurii unghiului, m(< (MBD), (ABC)) = 60° **1p**

identificarea distanței de la punctul A la planul (MBD) **1p**

calculul distanței de la punctul A la planul (MBD), d(A, (MBD)) = $12\sqrt{3}$ cm **1p**

Subiectul IV

Soluție:

a) Din $S_m = 12\, l$ => **1p**

$12\, l = 24276$, de unde $l = 2023$ m **1p**

b) Justificarea faptului că secțiunea obținută este dreptunghi **1p**

justificare lungimea lui este egală cu $2023\sqrt{3}$ m **1p**

justificare lățimea lui este 2023 m **1p**

calculul perimetrului secțiunii P = $4046(\sqrt{3} + 1)$ m **1p**

calculul ariei secțiunii A = $2023^2\sqrt{3}$ m^2 sau A = $4092529\sqrt{3}$ m^2 **1p**

Str. Oituz, nr. 24, Bacău
600266, Bacău
Tel: +40 (0)754033700
Fax: +40 (0)234 571038
office@e-isjbacau.ro
www.isjbacau.ro