SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA COMANESTI
ŞCOALA GIMNAZIALĂ "LIVIU REBREANU" COMĂNEŞTI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ "SPERANŢE"
Ediţia a XI - a, 25 aprilie 2015

Clasa a V-a

1. Se consideră numărul N=$\overline{abcdef}$. Să se demostreze că numărul N este divizibil cu 7 dacă şi numai dacă $\overline{ef}+2\cdot\overline{cd}+4\cdot\overline{ab}$ este divizibil cu 7.
2. Determinati numerele naturale $\overline{ab}$ şi $\overline{ac}$ ştiind că $c\cdot\overline{ab}-b\cdot\overline{ac}=10$ şi suma cifrelor numărului $\overline{ab}\cdot\overline{ac}$ este egală cu unul din numerele $\overline{ab}$ sau $\overline{ac}$.
3. Aflati toate perechile de numere naturale (x,y) a căror sumă este 2015 şi pentru care 403 divide diferenta lor.
4. a) Dacă $x,y\in N^*$, atunci $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}>\frac{2}{x+y}$

   b) Aratati că $\frac{1}{501}+\frac{1}{502}+.....+\frac{1}{1514}>\frac{1}{2}$.

Succes!

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA COMANESTI
ŞCOALA GIMNAZIALĂ "LIVIU REBREANU" COMĂNEŞTI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ "SPERANŢE"

Ediţia a XI - a, 25 aprilie 2015

Clasa a VI-a

1. Aflaţi valorile numărului natural n, pentru care numerele n+1, n+13, n+25, n+37 şi n+49 sunt simultan numere prime.
2. O mulţime formată numai din numere naturale satisface simultan condiţiile:

   i) $1 \in M$

   ii) Dacă $x \in M$, atunci $3x \in M$

   iii) Dacă $5x - 4 \in M$, atunci $x \in M$.

   Demonstraţi :

   a) $11 \in M$

   b) Dacă M conţine un număr natural care prin împărţire la 5 dă câtul c şi restul 2, atunci M conţine şi numărul natural care prin împărţire la 3 dă câtul c şi restul 2.

   c) Dacă $373 \in M$, atunci $2015 \in M$.
3. In triunghiul ABC avem $m(\sphericalangle ABC) = 90^0, m(\sphericalangle ACB) = \frac{1}{2} \cdot m(\sphericalangle BAC)$. Fie (AD bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$, $D \in (BC)$ şi O mijlocul segmentului(AD). Demonstraţi că :

   a) BO$\perp AC$

   b) $BO \parallel DM$, M fiind mijlocul segmentului (AC)

   c) $AN = \frac{1}{4} \cdot AC$, unde $\{N\} = BO \cap AC$.
4. Fie triunghiul isoscel ABC cu AB=AC şi $m(\sphericalangle BAC) = 20^0$ şi triunghiul isoscel BCD cu BC=CD şi $m(\sphericalangle CBD) = 20^0$, (A şi D de o parte şi de alta a dreptei BC). Aflaţi măsurile unghiurilor triunghiului ACD.

SUCCES!

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA COMANESTI
ŞCOALA GIMNAZIALĂ "LIVIU REBREANU" COMĂNEŞTI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ "SPERANŢE"
Ediţia a XI - a, 25 aprilie 2015

Clasa a VII-a

1. Fie n număr natural nenul. Arătaţi că

$$\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{5\sqrt{6}}+\frac{1}{7\sqrt{12}}\ldots.+\frac{1}{(2n+1)\sqrt{n(n+1)}}<\frac{n}{2n+2}$$

2. Suma a trei numere naturale consecutive este egală cu produsul a două dintre ele. Determinaţi numerele.
3. Se dă patrulaterul convex ABCD şi $(AC)\cap(BD)=\{O\}$. Dacă $\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\mathcal{A}_{\Delta COD}$ şi $\mathcal{A}_{\Delta AOD}=\mathcal{A}_{\Delta BOC}$ demonstraţi că ABCD este paralelogram.
   $\mathcal{A}_{\Delta XYZ}$ reprezintă aria triunghiului XYZ.
4. Se dă triunghiul dreptunghic isoscel ABC cu $m(\sphericalangle A)=90^0$, se construieşte triunghiul isoscel BCD cu $m(\sphericalangle BCD)=150^0$, B şi D de o parte şi de alta a dreptei AC. Demonstraţi că ABCD este trapez.

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA COMANESTI
ŞCOALA GIMNAZIALĂ "LIVIU REBREANU" COMĂNEŞTI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ "SPERANŢE"

Ediţia a XI - a, 25 aprilie 2015

Clasa a VIII-a

1. Arătaţi că pentru orice x număr real avem

$$\frac{x^2+x+7}{x^2+x+1} < \frac{270x^2+90x+21}{18x^2+6x+2}.$$

2. Determinaţi a şi b numere raţionale cu proprietatea :

$$a^2+b^2-6ab-2a-2b-1=0.$$

3. Trei fete ale unui paralelipiped dreptunghic au ariile direct proporţionale cu numerele 3,5 şi 15. Dacă aria totală este 184 cm^2 , aflaţi volumul paralelipipedului şi lungimea diagonalei acestuia.

4. Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată. Punctul M este mijlocul înălţimii VO, punctul N este pe segmentul BM, iar P este pe segmentul AO.

   Demonstraţi că, dacă $\frac{3}{4}\cdot\frac{BN}{BM}=\frac{AP}{AC}$, atunci $PN \parallel (VDC)$.

SUCCES!